

# 空気の粘性と音響漏れの影響を考慮した境界要素法による音場解析

山形大学工学部 技術部  
計測技術室 山吉康弘

## 1. まえがき

筆者は、圧電超音波振動子から放射された空中超音波の非線形効果で発生する音響流によって、ロータがステータと非接触で回転する超音波モータの研究を行っている[1-5]。この超音波モータでは、圧電振動子の超音波振動によって生じるギャップ空間内の音場の特性がモータ特性に大きく影響を及ぼす。これまでに、等価回路解析や有限要素法 (FEM) 解析を用いて、ギャップ空間の音場特性を検討してきた結果、ギャップ内の空気の粘性やギャップ空間から外部空間への音響漏れが音場特性に強く影響していることが明らかになったが、これまでの解析法では、それらの影響を同時に考慮することができなかつた[1,3]。

本報告では、境界要素法 (BEM) を用いて、空気の粘性と音響漏れの影響を同時に考慮できる、音場の解析方法とその解析結果を示す。

## 2. 非接触型超音波モータの構造

図1に、屈曲振動円板を用いた非接触型超音波モータの構造図を示す。アルミニウム円板とPZT円板を接着したバイモルフ構造のステータに円周方向の屈曲進行波を励振すると、ロータとステータとの間のギャップ空間に屈

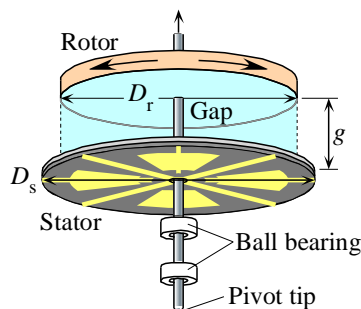


図1. 屈曲振動円板を用いた非接触型超音波モータの構造

曲進行波と同方向の進行波音場が発生し、それに伴って生じる音響流によって、ロータがステータと非接触で進行波音場と同方向に回転する[1]。この非接触型超音波モータでは、ギャップ内に強い強度の進行波音場を発生させる程、強い音響流が生じてモータ特性が向上するので、音場特性が解析できればモータの最適設計に有用である。ステータの圧電振動系とギャップ空間の音響系を等価な集中回路素子で表す等価回路解析では、ギャップ内の空気を粘性流体として扱うことで空気の粘性の影響を考慮することができるが、ギャップ空間以外の音響空間を考慮していないため、ギャップ空間から外部空間への音響漏れを考慮することができなかつた[1]。一方、FEM解析では、ステータとロータを囲む周囲の音響空間も解析の対象とし、モデルの最外面を完全吸収壁面に仮想することで、音響漏れを考慮することが可能になるが、利用したFEMツールの音響解析では粘性流体を取り扱うことができないため、空気の粘性の影響を考慮することができなかつた[3]。

## 3. ギャップ空間内の空気の音響特性

2つの円形剛壁で挟まれた、高さ  $g$  の薄い空気層内の実効密度  $\rho_g$  と実効音速  $c_g$  は、それぞれ(1)式と(2)式で表される[6]。

$$\rho_g = \rho_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{\tanh(\beta)}{\beta}} \quad (1)$$

$$c_g = c_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{\tanh(\beta)}{\beta}}{1 + (\gamma - 1) \frac{\tanh(\sigma \cdot \beta)}{\sigma \cdot \beta}}} \quad (2)$$

ここで、 $\rho_0$ と $c_0$ は、それぞれ広い空間での空気の密度と音速である。また、 $\beta$ と $\sigma$ は、それぞれ(3)式、(4)式で定義される量であり、 $\mu$ と $\lambda$ は空気の粘性係数と熱伝導率、 $\gamma (= C_p / C_v)$ は $C_p$ を定圧比熱、 $C_v$ を定積比熱とした比熱比である。

$$\beta = \frac{g}{2} \sqrt{\frac{j\omega\rho_0}{\mu}} \quad (3)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\mu \cdot C_p}{\lambda}} \quad (4)$$

図2(a)(b)は、半径 $a_g$ が13 mmの2つの円形剛壁で挟まれた、高さ $g$ の薄い空気層内の26 kHzにおける実効密度 $\rho_g$ と実効音速 $c_g$ の $g$ 依存性を(1)式と(2)式を用いて計算した結果である[5]。粘性のみの影響をみるために空気の熱伝導率 $\lambda$ は $0 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ とした。 $\rho_g$ と $c_g$ は、 $g$ が大きい場合、一般的な空気の密度 $\rho_0$ と音速 $c_0$ に近い値になり共に実数成分が主であるが、 $g$ が小さい場合、共に複素成分が無視できなくなる。これらの複素成分は、壁面近傍の粘

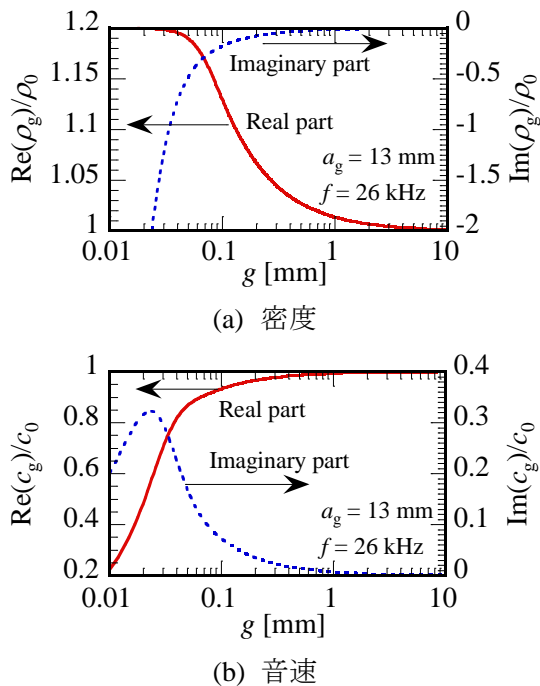


図2. ギャップ内の密度と音速のギャップ長依存性

性境界層における空気の粘性の影響に他ならないので、ギャップ長や周波数に応じた複素密度と複素音速をもつ音響媒質を取り扱うことができれば、空気の粘性の影響を考慮した解析が可能になると考えられる。

#### 4. 解析方法と解析結果

音場解析には、複素量の密度と音速をもつ音響媒質を扱うことができる、大規模音響解析BEMソフトウェアWAON(サイバネットシステム(株))を用いた。WAONは、構造体とその周囲の無限音響空間との相互作用を考慮した構造-音響連成解析が可能なので、外部空間への音響漏れも考慮することができる。

図3に解析に用いた境界要素モデルを示す。ギャップ内の空気に、ギャップ長 $g$ や周波数に依存する複素量の $\rho_g$ と $c_g$ 、ステータとロータの周囲の無限外部空間に $\rho_0$ と $c_0$ を定義し、それらの音響媒質と構造体との境界面において構造-音響連成、同時に、ギャップ空間と外部空間との境界面において音響-音響連成解析を行う。また、ステータの境界要素面で

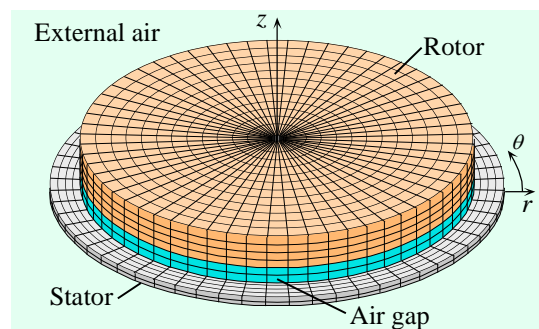


図3. 境界要素法の分割モデル

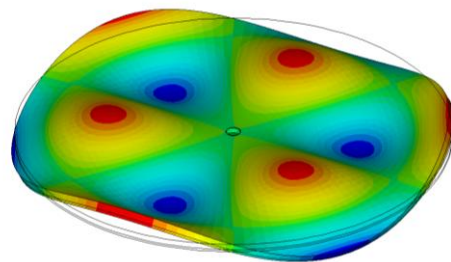


図4. 有限要素法によるステータの振動モードの解析結果 ( $f = 26.762 \text{ kHz}$ )

は、圧電性を考慮した FEM 解析によって得た、ステータの固有値解析結果を用いてモード座標系を構築し、ステータの電極に駆動電圧と等価な電荷量を与えて、音場との連成解析を行う。今回は、直径 30 mm、アルミニウム円板の厚さ 0.4 mm、PZT 円板の厚さ 0.15 mm のステータの第 50 次までの FEM 固有値解析結果を用いたが、それらの中で、ギャップの共振近傍にある、共振周波数 26.762 kHz の第 20 次の固有振動モードを図 4 に示した。

図 5 に、半径  $a_g = 13$  mm、厚さ 2 mm のロータ、ギャップ長  $g = 0.5$  mm として解析した、ギャップ内の最大音圧  $p_{\max}$  の周波数特性を示す。同図には、比較のために、ギャップ内の空気にも  $\rho_0$  と  $c_0$  を定義して粘性を考慮しない場合、ギャップ空間と外部空間の境界面 ( $r = a_g$ ) における音圧が 0 という境界条件を用いてギャップ内からの音響漏れを考慮しない場合、および両者ともに考慮しない場合の結果も示している。ステータの共振による振動変位の変化の影響を排除してギャップの音響特性を明示するために、ステータの最外周部での最大振動速度  $v_0$  で、いずれも規格化している。粘性と音響漏れを共に考慮しない場合、約 27 kHz において急峻で大きな音圧特性を示すが、粘性と音響漏れのいずれか一方を考慮した場合には、極大値が低下した平坦な特性となり、低周波数側にシフトした。両者を共に考慮した場合には、さらに極大値が低下して、低周波数側にシフトした特性となり、粘性と音響漏れの影響を同時に考慮する必要があることがわかる。なお、粘性を考慮しない場合の結果はこれまでの FEM による音場解析結果、また音響漏れを考慮しない場合の結果は等価回路解析による結果に、それぞれほぼ一致することを確認している。

図 6 に、粘性と音響漏れを考慮しギャップ

長  $g$  をパラメータとして解析した、 $p_{\max} / v_0$  の周波数特性を示す。最も高い音圧は  $g$  が 0.1 と 0.2 mm のときに約 25.6 と 25.8 kHz で得られた。 $g$  がより狭い 0.05 mm では、より平坦な周波数特性を示して  $p_{\max} / v_0$  の極大値が低下し、より広い 0.5 mm 以上の  $g$  では低周波数側にシフトして極大値が急激に低下した。0.05 mm の  $g$  で極大値が低下するのは、空気の粘性の影響が強くなるためと考えられる。

図 7 (a)~(d) に、ギャップ長をそれぞれ 0.05, 0.2, 0.5, 1.0 mm とした場合のステータ表面における音圧強度の解析結果を示す。同図 (a)(b) では、ロータ直下のギャップ内だけに音場が発生しているが、図(c)(d) ではギャップ外

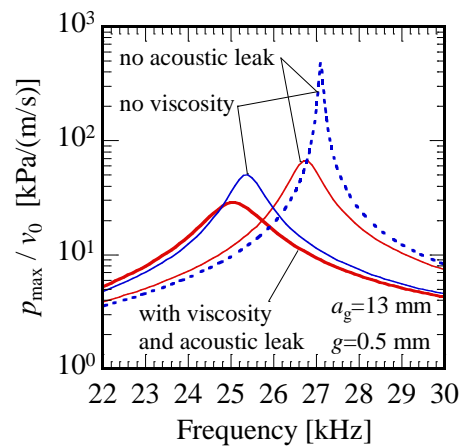


図 5. ギャップ内最大音圧の周波数特性に対する空気の粘性と音響漏れの影響

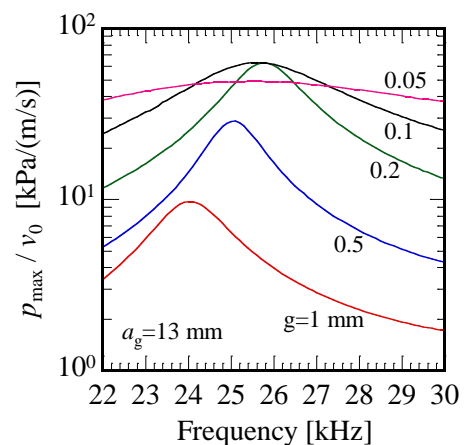


図 6. ギャップ内最大音圧の周波数特性のギャップ長依存性



にも音場が発生し、ギャップ長が大きいほど、

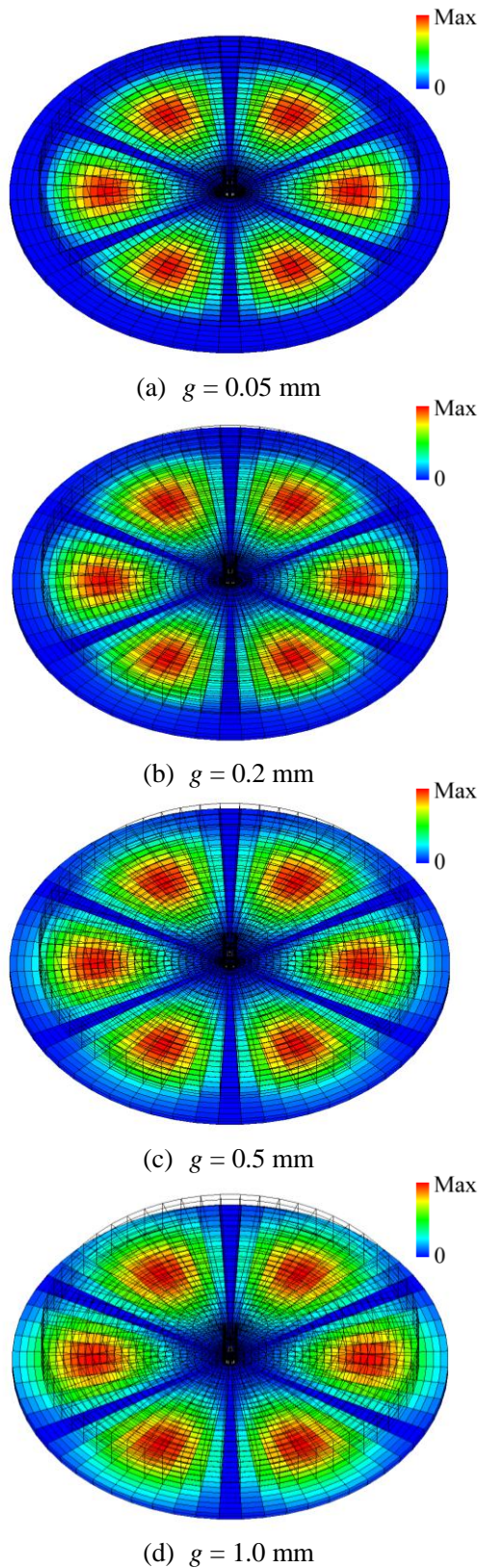


図 7. ステータ表面における音圧強度の境界要素法による解析結果

音響漏れが大きくなることがわかる。図 6 において広いギャップ長で音圧の極大値が低下するのは、音響漏れの影響が強くなるためと考えられる。

図 8 に最大音圧で規格化した、半径方向の音圧分布を示す。 $g$  が  $0.5 \text{ mm}$  以上では、音圧が最大になる半径位置が外側にシフトし、またギャップ外への音響漏れが大きくなることわかる。図 6 において、ギャップ長の増加と共に音圧が極大になる周波数が低下する現象は、ギャップ長の増加に伴って音圧分布が径方向に広がることにより、等価的にギャップ径が大きくなったためと考えられる。

## 5. まとめ

BEM を用いて、ギャップ内の空気に複素量の密度と音速を定義し、粘性と音響漏れの影響を同時に考慮した音場解析を可能にした。

## 謝辞

日頃ご指導頂いている電気電子工学分野 広瀬精二 教授に感謝致します。

## 参考文献

- [1] Y. Yamayoshi, H. Tamura, and S. Hirose, Jpn. J. Appl. Phys., **48**, 07GM08-1-8, 2009.
- [2] Y. Yamayoshi, J. Shiina, H. Tamura, and S. Hirose, Jpn. J. Appl. Phys., **48**, 09KD10-1-5, 2009.
- [3] Y. Yamayoshi, J. Shiina, H. Tamura, and S. Hirose, Jpn. J. Appl. Phys., **49**, 07HE16-1-7, 2010.
- [4] Y. Yamayoshi and S. Hirose, Jpn. J. Appl. Phys., **50**, 07HE28-1-6, 2011.
- [5] 山吉, 広瀬, 音講論 (春), 1-P-15(a), 1467-1468, 2011.
- [6] W. M. Beltman, J. Sound Vib., **227**(3), 555-586, 1999.

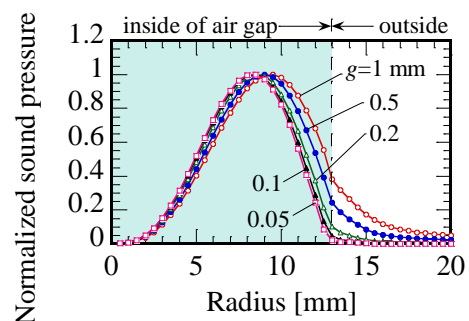


図 8. 音圧の径方向分布の解析結果