

## 高温超伝導体の臨界電流密度に対する非接触測定法の数値的研究

山形大学工学部技術部  
情報技術室 高山彰優

## 1. はじめに

よく知られているように、臨界電流密度  $j_c$  は高温超伝導体 (High-Temperature Superconductor, HTS) を特徴づける最も重要なパラメタの 1 つであり、従来、その測定には四端子法が用いられてきた。四端子法では、接触抵抗を低減するために、金または銀で HTS 試料をコーティングした後に、熱処理を施している。この処理は超伝導特性の劣化や HTS 表面の破壊を引き起こす可能性がある。したがって、HTS の臨界電流密度の非接触測定法が望まれてきた。

大嶋等は HTS 薄膜の上方に配置した永久磁石を上下に動かすことによって、薄膜に働く電磁力を測定した[1]。その結果、最大反発力が臨界電流密度にほぼ比例することが判明した。これは、最大反発力を測定することによって、臨界電流密度  $j_c$  が評価できることを意味している。この  $j_c$  測定法は永久磁石法と呼ばれる。

昨年、著者等は軸対称 HTS 薄膜に流れる遮蔽電流密度を解析する有限要素法コードを報告した[2]。しかしながら、同コードでは、永久磁石の中心を原点の直上から移動できないため、任意点に磁石を配置した場合の遮蔽電流密度解析が不可能である。

本研究の目的は、HTS 薄膜に流れる遮蔽電流密度の時間発展を解析する非軸対称有限要素法コードを開発し、同コードを用いて永久磁石法を数値的に再現することである。さらに、磁石位置が臨界電流密度  $j_c$  の決定に及ぼす影響を数値的に調べる。

## 2. 遮蔽電流密度方程式

半径  $r_m$ 、高さ  $h_m$  の永久磁石を 1 辺の長さ  $a$ 、厚み  $2\varepsilon$  の正方形型 HTS 薄膜の上方に配置する (図 1 参照)。永久磁石の下面と薄膜の表面との距離  $L$  を次の 2 ステップに従って変化させる。

Step 1.  $L=L_{\max}$  から  $L=L_{\min}$  まで等速で磁石を薄膜に近づける。

Step 2.  $L=L_{\min}$  から  $L=L_{\max}$  まで Step1 と同じ速さで磁石を薄膜から遠ざける。

但し、Steps 1, 2 に要する時間は共に  $\tau_0$  とする。本研究では、 $z$  軸を厚み方向とし、原点を HTS 薄膜の重心としたカーテシアン座標  $(x, y, z)$  を採用し、 $z$  方向の単位ベクトルを  $\mathbf{e}_z$  で表す。

よく知られているように、遮蔽電流密度  $\mathbf{j}$  と電界  $\mathbf{E}$  には密接な関係があり、 $J$ - $E$  構成方程式：

$$\mathbf{E} = E(|\mathbf{j}|)\mathbf{j}/|\mathbf{j}| \text{ で表される。但し、関数 } E(j) \text{ に}$$

べき乗モデル： $E(j) = E_c(j/j_c)^N$  を採用する。

また、 $E_c$  と  $N$  はそれぞれ臨界電界、非負の整数である。

本研究では、HTS の厚みが十分薄いため、遮蔽電流密度  $\mathbf{j}$  は厚み方向に流れないと仮定する。また、平面： $z = \text{一定}$  になる HTS の断面及びその境界をそれぞれ  $\Omega$  及び  $\partial\Omega$  で表す。

上記仮定の下で、HTS 内を流れる遮蔽電流密度は  $\mathbf{j} = (\nabla S / \varepsilon) \times \mathbf{e}_z$  で書き表され、スカラー関数  $S(x, t)$  の振る舞いは微積分方程式：

$$\begin{aligned} \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_{\Omega} d^2x' Q(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) S(\mathbf{x}', t) + \frac{1}{\varepsilon} S \right] \\ + \frac{\partial}{\partial t} \langle \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}_z \rangle + (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{e}_z = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

に支配される。但し、 $\mu_0$  及び  $\mathbf{B}$  はそれぞれ真空の透磁率、永久磁石による印加磁束密度であり、 $\langle \rangle$  は厚み方向の平均化演算子である。また、(1)

の初期条件、境界条件には、それぞれ  $S = 0$  at  $t =$

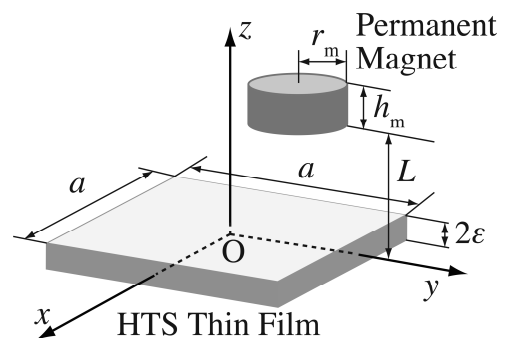


図 1 永久磁石法の概念図。

0,  $S=0$  on  $\partial\Omega$ を仮定する.

微積分方程式(1)の初期値・境界値問題を解けば, HTS 内に流れる遮蔽電流密度の時間発展を調べることができる. (1)の初期値・境界値問題の時間と空間に関する離散化には, それぞれ後退 Euler 法と有限要素法を用いた. 離散化によって, 同問題は各時間ステップで連立非線形方程式を解く問題に帰着される. 本研究では, 同方程式のソルバーに Newton 法を採用した.

本研究を通して, 幾何学的・物理的パラメタを次のように固定する:  $a=40$  mm,  $2\varepsilon=200$  nm,  $E_C=0.1$  mV/m,  $N=16$ ,  $\tau_0=39$  s,  $L_{\max}=20$  mm,  $L_{\min}=0.5$  mm,  $r_m=2.5$  mm,  $h_m=3.0$  mm.

### 3. 永久磁石法のシミュレーション

上記の手法を用いて, HTS 薄膜内遮蔽電流密度の時間発展を解析する数値コードを開発した. 本節では, 同コードを用いて, 永久磁石法を数値的に調べる. 以下では,  $d$  と  $d_{\max}$  をそれぞれ次式で定義する:

$$d^2 = x_m^2 + y_m^2, \quad d_{\max} = a/\sqrt{2}.$$

但し,  $x_m, y_m$  はそれぞれ磁石の中心の  $x, y$  座標を表す. さらに, 磁石の位置をパラメタ  $d^* = d/d_{\max}$  で与える. 図2に遮蔽電流密度の空間分布の典型例を示す.

図3に電磁力  $F_z$  を  $L$  の関数として示す. 同図より明らかなように,  $d^*$  の増加と共に反発力は減少している. 反発力を  $L$  に関して補外すれば  $L=0$  mm における反発力を決定できる (図2参照). 以下では, この値を最大反発力  $F_M$  と呼ぶ.

図4に臨界電流密度  $j_c$  の最大反発力  $F_M$  への

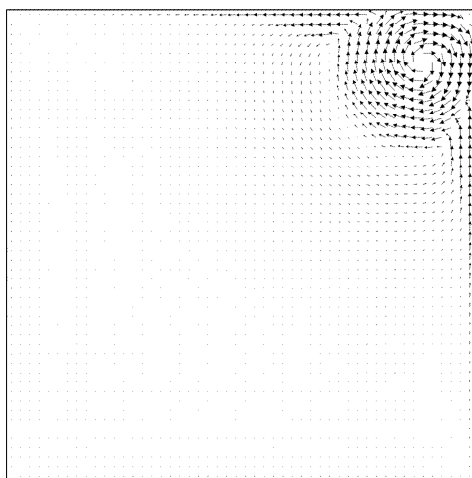


図2 遮蔽電流密度の空間分布. 但し,  $d^*=0.8$ ,  $t=\tau_0, j_c=3.85$  MA/cm<sup>2</sup>.

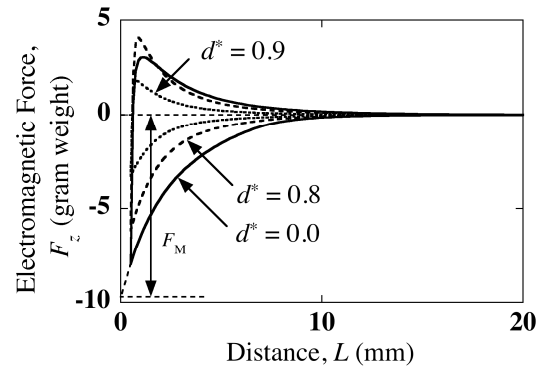


図3 磁石の位置に対する電磁力  $F_z$  の変化. 但し,  $j_c=3.85$  MA/cm<sup>2</sup>.

依存性を示す. 同図より明らかなように, 臨界電流密度  $j_c$  は最大反発力  $F_M$  に比例している. この傾向は  $d^*$  の値によって変わらないが, 比例係数は  $d^*$  に強く依存する. 換言すれば, 関係式  $j_c = K(d^*) F_M$  が成り立つ. この結果は, 予め  $K(d^*)$  を求めておけば, 永久磁石が縁の近くでも  $j_c$  の値を決定できることを意味している.

#### 参考文献

- [1] S. Ohshima, K. Takeishi, A. Saito, M. Mukaida, Y. Takano, T. Nakamura, I. Suzuki, and M. Yokoo, "A simple measurement technique for critical current density by using a permanent magnet," IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, no. 2, pp. 2911-2914, 2005.
- [2] 高山彰優, 神谷淳, "高温超伝導薄膜の遮蔽電流密度解析 II -誘導法への応用-", 日本応用数学会 2008 年度年会講演予稿集, pp. 305-306.

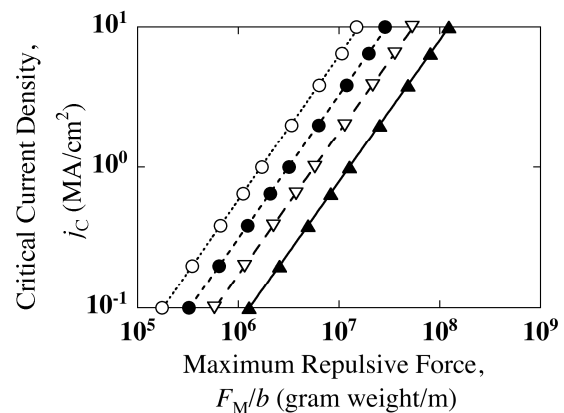


図4 臨界電流密度  $j_c$  の最大反発力  $F_M$  への依存性. 但し,  $\blacktriangle$ :  $d^*=0.0$ ,  $\nabla$ :  $d^*=0.9$ ,  $\bullet$ :  $d^*=0.95$ ,  $\circ$ :  $d^*=1.0$ .